# SOLUTIONS

## Exercice 1

Introduire les facteurs de dix dans les égalités suivantes afin d'obtenir des unités sans préfixe.

(a) $5\ \text{km}/\mu\text{s} = 5\cdot\frac{10^3}{10^{-6}}\ \text{m/s} = 5\cdot10^9\ \text{m/s}$

(b) $52\ \text{mm/ns} = 52\cdot\frac{10^{-3}}{10^{-9}}\ \text{m/s} = 52\cdot10^6\ \text{m/s} = 5.2\cdot10^7\ \text{m/s}$

(c) $320\ \text{Mmol/mm} = 320\cdot\frac{10^6}{10^{-3}}\ \text{mol/m} = \left(3.20\cdot10^2\right)\cdot10^9\text{mol/m} = 3.2\cdot10^{11}\ \text{mol/m}$

(d) $256\ \text{MA} = \left(2.56\cdot10^2\right)\cdot10^6\ \text{A} = 2.56\cdot10^8\ \text{A}$

(e) $25\ \text{MA}\ \mu\text{s} = (25\cdot10^6)(10^{-6})\text{As} = 25\ \text{As} = 25\ \text{C}$

(f) $25\ \text{mA ks} = (25\cdot10^{-3})(10^3)\text{As} = 25\ \text{As} = 25\ \text{C}$

(g) $5\ \ \text{nK}/(\mu\text{s MA}) = (5\cdot10^{-9})/(10^{-6}10^6)\text{K/sA} = 5\cdot10^{-9}\text{K/As} = 5\cdot10^{-9}\ \text{K/ C}$

## Exercice 2

Réécrire les unités suivantes avec les 7 unités SI fondamentales :$

(a) C (coulomb) :

Le courant est défini par $i = dq/dt$. Par analyse dimensionnelle on a : $[i] = [q]/[t]$ On en déduit : $[q] = [i][t]$ donc $\mathbf{C \equiv As.}$

(b) N (newton)

Le principe fondamental de la dynamique donne $ma = F$ où $m$ est une masse, $a$ une accélération et $F$ une force. Donc $[F] = [m][a]$. On en déduit : $\mathbf{N \equiv kg\cdot m\cdot s^{-2}.}$

(c) J (joule) :

L'énergie est homogène à un travail mécanique. Le travail mécanique est le produit d'une force par une distance. Donc $[W] = [F][d]$. En utilisant le résultat précédent, on en déduit : $\mathbf{J \equiv kg\cdot m\cdot s^{-2}\cdot m}$ donc on a $\mathbf{J \equiv kg\cdot m^2\cdot s^{-2}.}$

(d) V (volt)

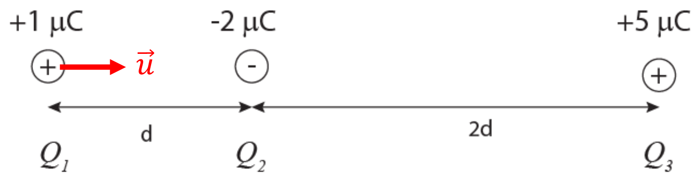
La force électrostatique est donnée par $F = qE$. On a déjà établi les dimensions de $F$ et $q$. On en déduit : $[E] = \text{kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-2}/\text{As}\ = \text{kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-3}/\text{A}$

La tension électrique est définie par $U = \int_{r_A}^{r_B} E(r)dr$ donc $[U] = [E][d]$

On en déduit : $\mathbf{V \equiv (kg\cdot m\cdot s^{-3}/A\,)m = kg\cdot m^2\ \cdot s^{-3}\cdot A^{-1}}$

## Exercice 3

Considérons le système de trois particules chargées fixes suivant :




(a) Calculer le champ électrique (sens et valeur) subi par chaque charge. Quelle charge est sous l'influence du plus grand champ électrique ?

Comme nous avons affaire à des vecteurs, nous allons également définir un vecteur unitaire arbitraire $\vec{u}$ tel qu'indiqué dans la figure. On a donc :

$\vec{u}_{12} = -\vec{u}_{21} = \vec{u}$

$\vec{u}_{13} = -\vec{u}_{31} = \vec{u}$

$\vec{u}_{23} = -\vec{u}_{32} = \vec{u}$

Puisque nous avons un système de 3 charges, pour calculer le champ électrique subi par chaque charge nous devons calculer la contribution des 2 autres.

<u>Champ subi à la position de $Q_1$ :</u>

$$\vec{E}_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Q_2}{d^2}\,\vec{u}_{21} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Q_2}{d^2}\vec{u}$$

$$\vec{E}_3 = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Q_3}{9d^2}\,\vec{u}_{31} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Q_3}{9d^2}\vec{u}$$

$$\vec{E}_{tot1} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{-18+5}{9d^2}\right)\cdot 10^{-6}\,\vec{u} = \frac{13\cdot 10^{-6}}{36\pi\varepsilon d^2}\vec{u}$$

Valeur : $|\vec{\boldsymbol{E}}_{\boldsymbol{tot}}| = \boldsymbol{\frac{13\cdot 10^{-6}}{36\pi\varepsilon d^2}}\ \mathbf{V/m}$ **,** Sens : même sens que le vecteur unitaire $\vec{u}$

<u>Champ subi à la position de $Q_2$ :</u>

$$\vec{E}_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Q_1}{d^2}\,\vec{u}_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Q_1}{d^2}\vec{u}$$

$$\vec{E}_3 = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Q_3}{4d^2}\,\vec{u}_{32} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Q_3}{4d^2}\vec{u}$$

$$\vec{E}_{tot2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{4-5}{4d^2}\right)\cdot 10^{-6}\,\vec{u} = -\frac{10^{-6}}{16\pi\varepsilon d^2}\vec{u}$$

Valeur : $|\vec{\boldsymbol{E}}_{\boldsymbol{tot}}| = \boldsymbol{\frac{10^{-6}}{16\pi\varepsilon d^2}}\ \mathbf{V/m}$ **,** Sens : sens opposé au vecteur unitaire $\vec{u}$

<u>Champ subi à la position de $Q_3$ :</u>

$$\vec{E}_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Q_1}{9d^2}\,\vec{u}_{13} = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Q_1}{9d^2}\vec{u}$$

$$\vec{E}_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Q_2}{4d^2}\,\vec{u}_{23} = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Q_2}{4d^2}\vec{u}$$

$$\vec{E}_{tot3} = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{4-18}{36d^2}\right)\cdot 10^{-6}\,\vec{u} = -\frac{7\cdot 10^{-6}}{72\pi\varepsilon d^2}\vec{u}$$

Valeur : $\left|\boldsymbol{\vec{E}_{tot}}\right| = \frac{\mathbf{7\cdot 10^{-6}}}{\mathbf{72\pi\varepsilon d^2}}\ \mathbf{V/m}$ , Sens : sens opposé au vecteur unitaire $\vec{u}$

**La charge $Q_1$ est sous l'influence du plus grand champ électrique.**

(b) Calculer la force (sens et valeur) subi par chaque charge ? Quelle est la charge sur laquelle s'exerce la plus grande force

Force subie par $Q_1$ :

$$\vec{F}_{1tot} = \vec{E}_{tot1}Q_1 = -\frac{13\cdot 10^{-6}}{36\pi\varepsilon d^2}10^{-6}\,\vec{u} = \frac{13\cdot 10^{-12}}{36\pi\varepsilon d^2}\vec{u}$$

Valeur : $\left|\boldsymbol{\vec{F}_{1tot}}\right| = \frac{\mathbf{13\cdot 10^{-12}}}{\mathbf{36\pi\varepsilon d^2}}\ \mathbf{N}$ , Sens : même sens que le vecteur unitaire $\vec{u}$

Force subie par $Q_2$ :

$$\vec{F}_{2tot} = \vec{E}_{tot2}Q_2 = -\frac{10^{-6}}{16\pi\varepsilon d^2}(-2\cdot 10^{-6})\vec{u} = \frac{10^{-12}}{8\pi\varepsilon d^2}\vec{u}$$

Valeur : $\left|\boldsymbol{\vec{F}_{2tot}}\right| = \frac{\mathbf{10^{-12}}}{\mathbf{8\pi\varepsilon d^2}}\ \mathbf{N}$ , Sens : même sens que le vecteur unitaire $\vec{u}$

Force subie par $Q_3$ :

$$\vec{F}_{3tot} = \vec{E}_{tot3}Q_3 = -\frac{7\cdot 10^{-6}}{72\pi\varepsilon d^2}(5\cdot 10^{-6})\,\vec{u} = -\frac{35\cdot 10^{-12}}{72\pi\varepsilon d^2}\vec{u}$$

Valeur : $\left|\boldsymbol{\vec{F}_{3tot}}\right| = \frac{\mathbf{35\cdot 10^{-6}}}{\mathbf{72\pi\varepsilon d^2}}\ \mathbf{N}$ , Sens : sens opposé au vecteur unitaire $\vec{u}$

**La charge $Q_3$ est sous l'influence de la plus grande force.**

## Exercice 4

On définit la capacité ($Q$) d'une batterie en ampère-heure (Ah), c'est-à-dire qu'une batterie ayant une capacité de 1 Ah peut débiter un courant d'1 A pendant 1h avant que sa source chimique ne soit épuisée.

(a) Combien de temps va durer une batterie de 12 Ah qui débit un courant de 250 mA ? Exprimer le résultat en secondes.

Elle va durer : $\boldsymbol{t} = \frac{\mathbf{12(3600)}}{\mathbf{250 \cdot 10^{-3}}} = \mathbf{172'800\ s}$

(b) On souhaite alimenter un dispositif consommant 2.5 A pendant 2 jours, quelle doit être la capacité de la batterie en Ah ?

$\boldsymbol{Q} = \mathbf{2.5(2 \cdot 24) = 120\ Ah}$

(c) Combien d'électrons une batterie de 0.75 mAh peut-elle débiter au total ?

La capacité de cette batterie est en coulomb est :

$Q = 0.75 \cdot 10^{-3}(3600) = 2.7\ \mathrm{As} = 2.7\ \mathrm{C}$

Comme nous avons un quantification , alors le nombre d'électrons $N$ est :
$\boldsymbol{N} = \boldsymbol{Q}/\boldsymbol{e} = \mathbf{1.682 \cdot 10^{19}}$

## Exercice 5

Sur un compteur électrique mécanique apparaît l'inscription suivante : C = 5 Wh/tr. En 40 minutes le disque a effectué 350 tours.

(a) Quelle est en Wh puis en joule l'énergie transférée à l'installation ?

Il suffit de multiplier l'énergie consommée par tour (5 Wh) par le nombre total de tours effectués pour connaitre la consommation d'énergie de l'installation.

$$\boldsymbol{W} = \mathbf{5 \cdot 350 = 1.750\ kWh = 6.3\ MJ}$$

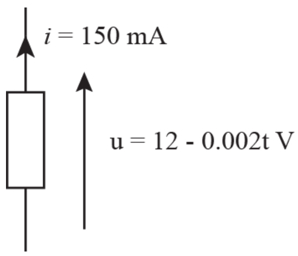
(b) Quelle est la puissance de l'appareil qui fonctionne pendant ces 40 minutes ?

Un Wh étant la consommation d'un appareil d'1W pendant 1h. On peut diviser l'énergie trouvée précédemment par la durée de fonctionnement (en heures) de l'appareil pour déduire sa puissance directement.

$$\boldsymbol{P} = \frac{\boldsymbol{W}}{\boldsymbol{t}} = \frac{\mathbf{1750}}{\mathbf{40/60}} = \mathbf{2625\ W}$$

## Exercice 6

Considérez l'élément ci-dessous :



(a) Quelle est la puissance délivrée par cet élément à $t$ = 500 s ?

$$p(t) = u(t)i(t) = 0.15(12 - 0.002t)$$
$$\boldsymbol{p(t = 500s) = 1.65\ W}$$

(b) Quelle est l'énergie délivrée par cet élément entre 0≤ $t$ ≤500 s ?

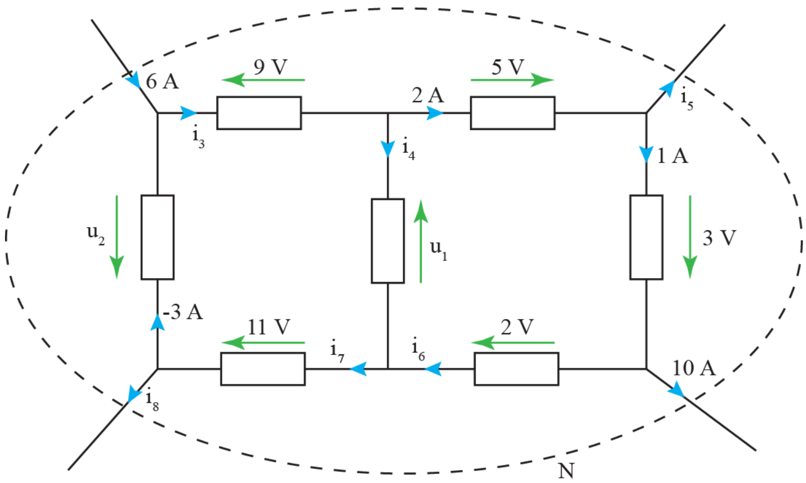
$$W(t_2) - W(t_1) = \int_{t_1}^{t_2} p(t)dt = \int_{t_1}^{t_2} 0.15(12 - 0.002t)dt$$
$$W(t_2) - W(t_1) = 0.15(12t - 0.001t^2)|_{t_1}^{t_2}$$
$$\Delta W(0 - 500s) = 0.15(12t - 0.001t^2)|_0^{500}$$
$$\boldsymbol{\Delta W(0 - 500s) = 862.5\ J}$$

(c) Quelle charge a été débitée par cet élément entre 0 ≤ $t$ ≤ 500 s ?

$$i = \frac{dQ}{dt} = 0.15$$
$$\boldsymbol{\Delta Q = i\Delta t = 0.15 \times 500 = 75\ C}$$

## Exercice 7

En utilisant les lois de Kirchhoff, calculez tous courant et tensions inconnues de ce circuit. Vérifiez que la loi des nœuds s'applique aussi au nœud généralisé N.




Loi des mailles, maille de droite :

$$u_1 + 5 + 3 + 2 = 0$$
$$u_1 = -10\ V$$

Loi des mailles, maille de gauche :

$$u_1 + 9 + u_2 - 11 = 0$$

$u_2 = 12\ V$

Loi des noeuds, nœud en haut à gauche :

$$6 + (-3) = i_3$$
$$i_3 = 3\ A$$

Loi des noeuds, en haut milieu :

$$i_3 = 2 + i_4$$
$$i_4 = 1\ A$$

Loi des noeuds, en haut droite :

$$1 + i_5 = 2$$
$$i_5 = 1\ A$$

Loi des noeuds, en bas droite :

$$10 + i_6 = 1$$
$$i_6 = -9\ A$$

Loi des noeuds, en bas milieu :

$$i_4 + i_6 = i_7$$
$$i_7 = -8\ A$$

Loi des noeuds, en bas gauche :

$$i_7 = i_8 + (-3)$$
$$i_8 = -5\ A$$

Pour le nœud généralisé, nous avons:

$$6 - i_5 - 10 - i_8 = 6 - 1 - 10 + 5 = 0$$

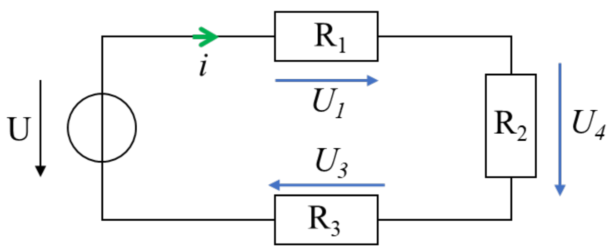
## Exercice 8

Pour les 2 circuits ci-dessous :

(a) Exprimez la tension et le courant pour chaque élément. Indiquez clairement sur les schémas la polarité des tensions et courants.

On commence par indiquer les courants et tensions dans le schéma (posés de façon arbitraire tant que la convention des sens est respectée). Pour le premier circuit, tous les éléments sont en série dont traversés par un seul et même courant $i$. Pour le second circuit, ils sont tous en parallèle donc ont la même tension à leurs bornes.

<u>Circuit de gauche :</u>



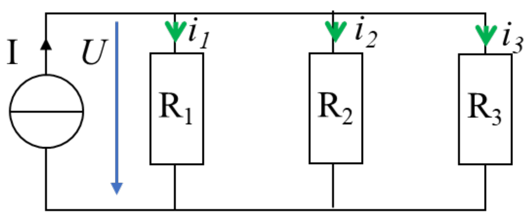

Le courant est donné par la loi des mailles + Ohm :

$$U_1 + U_2 + U_3 = U$$
$$i(R_1 + R_2 + R_3) = U$$
$$i = \frac{U}{(R_1 + R_2 + R_3)}$$

Pour les tensions, on utilise la loi d'Ohm. (On peut aussi utiliser directement le diviseur de tension que nous verrons en cours 3) :

$$U_1 = R_1 i = \frac{R_1}{(R_1 + R_2 + R_3)} U$$
$$U_2 = R_2 i = \frac{R_2}{(R_1 + R_2 + R_3)} U$$
$$U_3 = R_3 i = \frac{R_3}{(R_1 + R_2 + R_3)} U$$

<u>Circuit de droite :</u>




On connait uniquement le courant de la source. Par la loi des nœuds et d'Ohm :

$$i_1 + i_2 + i_3 = I$$
$$\frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_3} = I$$
$$U = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} I$$

On peut calculer les courants des branches de nouveau par la loi d'Ohm :

$$i_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} I$$
$$i_2 = \frac{U}{R_2} = \frac{R_3 R_1}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} I$$
$$i_3 = \frac{U}{R_3} = \frac{R_2 R_1}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} I$$

Nous verrons en Cours 3, que les courants auraient pu être directement calculer à partir de $I$ en utilisant le diviseur de courant.

(b) Exprimez la puissance générée/dissipée par tous les éléments et vérifiez que la conservation d'énergie est satisfaite.

<u>Circuit de gauche :</u> Commençons par les résistances

$$P_{R1} = U_1 i = \frac{R_1}{(R_1 + R_2 + R_3)^2} U^2$$

$$P_{R2} = U_2 i = \frac{R_2}{(R_1 + R_2 + R_3)^2} U^2$$

$$P_{R3} = U_3 i = \frac{R_3}{(R_1 + R_2 + R_3)^2} U^2$$

La puissance totale dissipée par les résistances est :

$$P_{Rtot} = P_{R1} + P_{R2} + P_{R3} = \frac{1}{(R_1 + R_2 + R_3)} U^2$$

La puissance de la source de tension est :

$$P_{source} = -Ui = -\frac{1}{(R_1 + R_2 + R_3)} U^2$$

La source génère la puissance entièrement dissipée dans les résistances.

<u>Circuit de droite :</u> Commençons par les résistances

$$P_{R1} = Ui_1 = \frac{R_1 (R_2 R_3)^2}{(R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3)^2} I^2$$

$$P_{R2} = Ui_2 = \frac{R_2 (R_1 R_3)^2}{(R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3)^2} I^2$$

$$P_{R3} = Ui_3 = \frac{R_3 (R_2 R_1)^2}{(R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3)^2} I^2$$

La puissance totale dissipée par les résistances est :

$$P_{Rtot} = P_{R1} + P_{R2} + P_{R3} = \frac{R_1 R_2 R_3}{(R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3)} I^2$$

La puissance de la source de courant est :

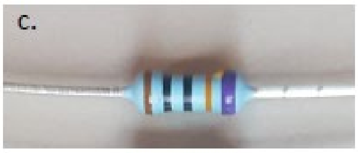
$$P_{source} = -UI = -\frac{R_1 R_2 R_3}{(R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3)} I^2$$

La source génère la puissance entièrement dissipée dans les résistances.

## Exercice 10

Déterminer la résistance des éléments suivants :







Note : il est parfois difficile de juger de la couleur des bandes. Ecrivez donc les couleurs pour justifier vos réponses.

a) $R = 470 \pm 5\%\ \Omega$ (jaune, violet, marron, or)
b) $R = 47 \pm 2\%\ \Omega$ (jaune, violet, noir, rouge)
c) $R = 100 \pm 0.1\%\ \mathrm{k}\Omega$ (marron, noir, noir, orange, violet)
d) $R = 2.2 \pm 5\%\ \Omega$ (rouge, rouge, or, or)